Spis treści

1 Metoda geometryczna

1.1 Wstęp

Metoda zwaną również graficzną polega na znalezieniu rozwiązania zagadnienia programowania liniowego wśród wierzchołków wieloboku powstałego przez ograniczenia i warunki brzegowe. Jest przydatna tylko dla zadań z małą ilością zmiennych decyzyjnych.

1.2 Przykładowe zadanie

W celu zrozumienia metody rozwiążmy proste zadanie:

Aby zdrowo wyglądać pies musi miesięcznie zjeść przynajmniej 100g składnika 1 (S1), 200g składnika 2 (S2) i nie więcej jak 300g składnika 3 (S3). Na rynku dostępne są dwie karmy, gdzie porcja karmy 1 (K1) zawiera 10g składnika 1, 1g składnika 2 i 10g składnika 3. Natomiast karma 2 (K2) zawiera 1g składnika 1, 10g składnika 2 i natomiast 10g składnika 3. Porcja karmy 1 (K1) kosztuje 5 zł, natomiast porcja karmy 2(K2) 8zł. W jakich porcjach zmieszać karmy aby pies dostał składników ile potrzeba a koszt był jak najmniejszy?

Na początek zestawmy dane w tabelkę:

	K1	K2	
S1	10	1	100
S2	1	10	200
S3	10	10	300
	5	8	

Tabelka.1. Tabelka z danymi zadania

Na podstawie tabelki łatwo ustalimy funkcję celu, która dąży do minimum (chcemy uzyskać minimalny koszt):
(granatowy wiersz tabelki)
$F(x) = \mathbf{5}x_1 + \mathbf{8}x_2$ --> MIN

Następnie należy napisać nierówności dla każdego ze składników:
(lewa strona nierówności to zielona część tabelki, prawa - pomarańczowa)
$\mathbf{10}x_1 + \mathbf{1}x_2 >= \mathbf{100}$
$\mathbf{1}x_1 + \mathbf{10}x_2 >= \mathbf{200}$
$\mathbf{10}x_1 + \mathbf{10}x_2 <= \mathbf{300}$

oraz ograniczenia postawione rozwiązaniu:
$x_1 >= 0$, $x_2 >= 0$

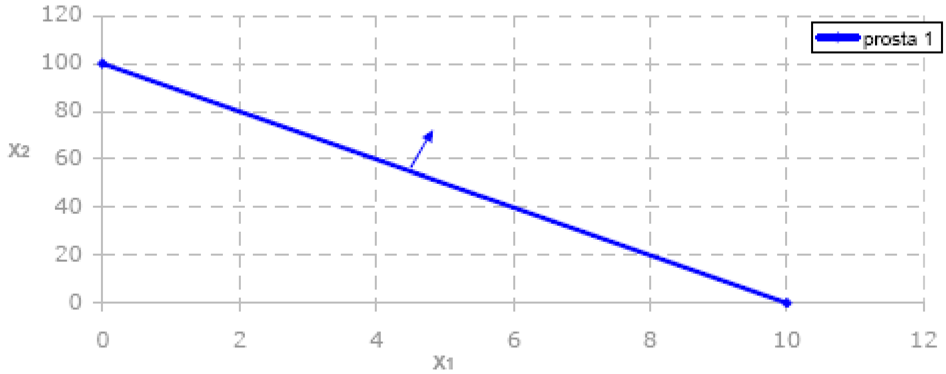
W następnym kroku ustalamy gradient dla funkcji celu:
$F(x) = 5x_1 + 8x_2$ --> MIN
gradient: $[x_1=5, x_2=8]$

Krok kolejny to przekształcenie nierówności w równania i wyznaczenie punktów przecięcia z osiami x_1 i x_2.
(1) $10x_1 + 1x_2 = 100$ zakładam, że $\mathbf{x_2=0}$ stąd $\mathbf{x_1=10}$; teraz $\mathbf{x_1=0}$ stąd $\mathbf{x_2=100}$
(2) $1x_1 + 10x_2 = 200$ zakładam, że $\mathbf{x_2=0}$ stąd $\mathbf{x_1=200}$; teraz $\mathbf{x_1=0}$ stąd $\mathbf{x_2=20}$
(3) $10x_1 + 10x_2 = 300$ zakładam, że $\mathbf{x_2=0}$ stąd $\mathbf{x_1=30}$; teraz $\mathbf{x_1=0}$ stąd $\mathbf{x_2=30}$

Tak wyliczone punkty nanosimy na wykres. Zacznijmy od prostej dla równania 1:
punkt 1 - [10,0]
punkt 2 - [0,100]

Po narysowaniu prostej musimy wybrać półpłaszczyznę albo nad albo pod prostą. Jeżeli nierówność odpowiadająca prostej zawiera znak mniejszości < wybieramy półpłaszczyznę od strony początku układu współrzędnych (punkt [0,0]). Jeżeli zawiera znak większości > wybieramy półpłaszczyznę przeciwną.

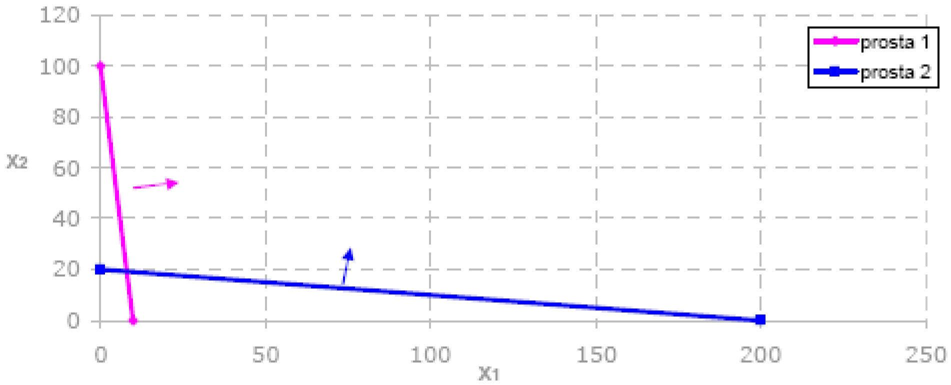
Prostej 1 odpowiada pierwsza nierówność ze znakiem większości > - wybieramy płaszczyznę bez punktu [0,0].



Wykres.2. Naniesiona prosta 1

Nastęnie prosta dla równania 2:
punkt 1 - [200,0]
punkt 2 - [0,20]

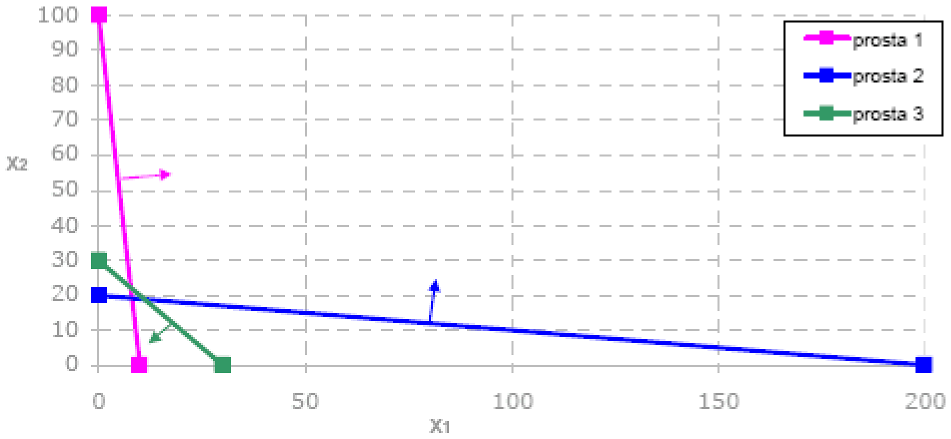
Prostej 2 odpowiada druga nierówność ze znakiem większości > - wybieramy płaszczyznę bez punktu [0,0].



Wykres.3. Naniesiona prosta 2

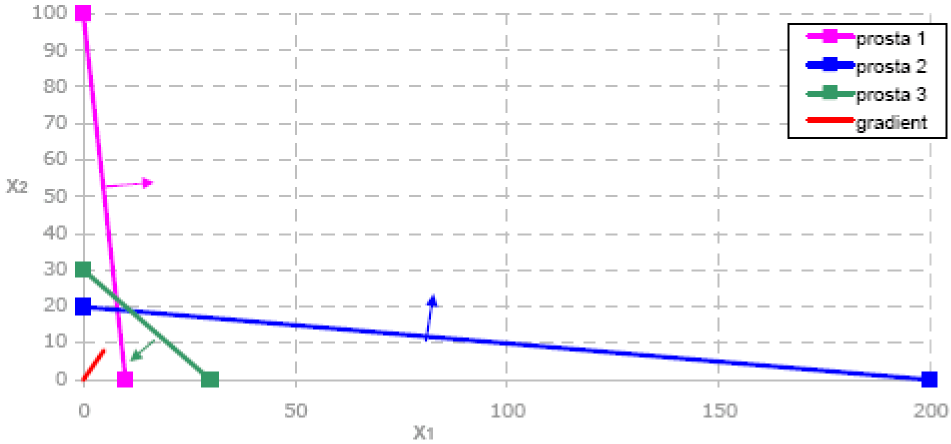
Prosta dla równania 3:
punkt 1 - [30,0]
punkt 2 - [0,30]

Prostej 3 odpowiada trzecia nierówność ze znakiem mniejszości < - wybieramy płaszczyznę z punktem [0,0].



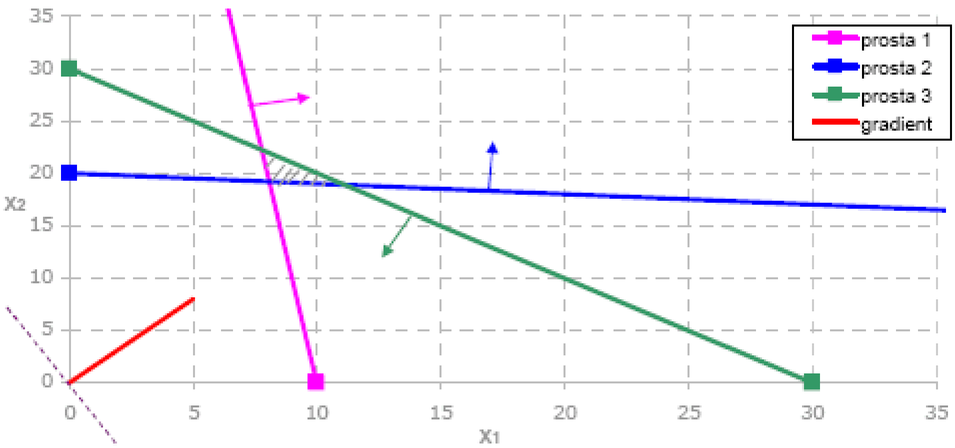
Wykres.4. Naniesiona prosta 3

Mając już narysowane proste nanosimy na wykres gradient.
Gradient dll funkcji celu:
punkt 1 - [0,0]
punkt 2 - [5,8]



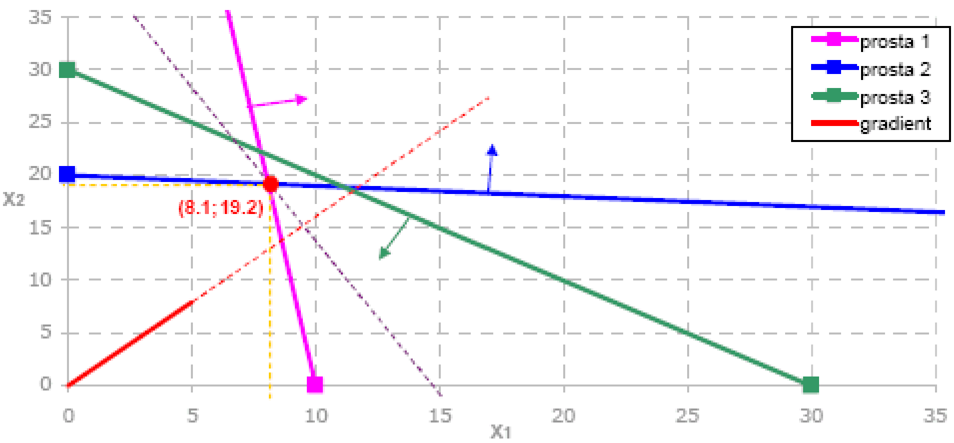
Wykres.5. Naniesiony gradient

Poniżej widać nieco powiększone zdjęcie. Narysowane proste utworzyły mały trójkąt. Właśnie jeden z wierzchołków tego trójkąta będzie rozwiązaniem naszego zadania. Aby przekonać się który, musimy poprowadzić jeszcze jedną prostą prostopadłą do gradientu i zaczepioną w punkcie [0,0].



Wykres.6. krok 1

Ostatni krok. Przesuwamy ostatnio nakreśloną prostą prostopadle do gradienta w górę (możemy przedłużyć nieco gradient jeśli trzeba) do pierwszego napotkanego wierzchołka naszego trójkąta (w przypadku f-kcji celu dążącej do maksimum przesuwamy prostą do ostatniego napotkanego wierzchołka). Po czym odczytujemy wartości z osi x_1 i osi x_2 dla tego wierzchołka, które to wartości są rozwiązaniem zadania.



Wykres.7. krok 1

W celu otrzymania dokładnego wyniku obliczamy układ równań dla prostych, które przecinają się w wyznaczonym wierzchołku:

(1) $10x_1 + 1x_2 = 100$
(2) $1x_1 + 10x_2 = 200$

(1)$x_2 = 100-10x_1$
(2) $x_1 + 10*(100-10x_1) = 200$

$x_1-100x_1 = 200-1000$
$x_1 = 800/99 = 8.08$

$x_2 = 100-10*8.08 = 19.19$

Koszt = $5x + 8x_2 = 5*8.08 + 8*19.19 = 193.92$

Należy zmieszać 8.08 porcji karmy 1 i 19.19 porcji karmy 2. Mieszanka ta będzie kosztowała 193.92 zł.

2 Metoda simpleks

2.1 Wstęp

Metoda ta pomaga w podjęciu takiej decyzji, która pozwoli przy ograniczonych zasobach osiągnąć maksymalne korzyści (minimalizacja kosztów lub maksymalizacja zysków).

Rozwiązanie, które uwzględnia nałożone ograniczenia nazywać będziemy rozwiązaniem dopuszczalnym. Uzyskawszy rozwiązanie dopuszczalne - ulepszamy je tworząc kolejne o mniejszym koszcie (większym zysku). Może więc być ich wiele, przy czym każde kolejne powinno charakteryzować się lepszym wynikiem a przynajmniej nie gorszym. Naszym celem jest otrzymać rozwiązanie dopuszczalne, którego wynik jest możliwie najlepszy i takie rozwiązanie nazywać będziemy rozwiązaniem optymalnym.

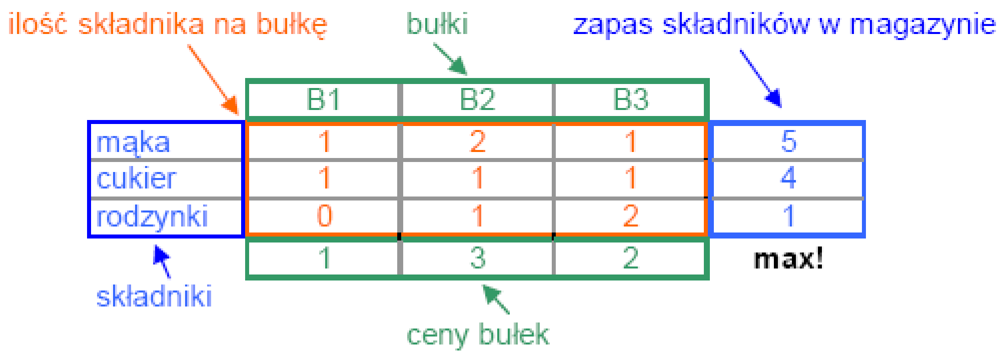
Kolejne kroki jakie należy wykonać w metodzie simpleks:
krok.1. Doprowadzenie zadania do postaci standardowej
krok.2. Doprowadzenie zadania do postaci kanonicznej
krok.3. Doprowadzenie zadania do bazowej postaci kanonicznej
krok.4. Przygotowanie tabelki metody simpleks na wyniki
krok.5. Wyliczenie wskaźników optymalności
krok.6. Sprawdzenie optymalności rozwiązania

Jeżeli rozwiązanie nie jest optymalne:
krok.7. Znalezienie kryterium wejściowego i wyjściowego
krok.8. Zamiana zmiennej bazowej wyjściowej na zmienną nie bazową wejściową
krok.8. Zaktualizowanie tabeli wg nowej bazy
krok.8. Powrót do kroku 5

2.2 Przykładowe zadanie

Rozwiążmy następujące zadanie metodą simpleks.
Piekarnia produkuje 3 rodzaje bułek (B1, B2, B3), które odpowiednio kosztują 1, 3 i 2 złote.
Na wypiek bułki pierwszej (B1) potrzeba 1 dkg mąki, 1 dkg cukru.
Na wypiek bułki drugiej (B2) potrzeba 2 dkg mąki, 1 dkg cukru i 1 dkg rodzynek.
Bułka trzecia (B3) wymaga 1 dkg mąki, 1 dkg cukru i 2 dkg rodzynek.
Przy czym w magazynie piekarni dostępne jest tylko 5 dkg mąki, 4 dkg cukru i 1 dkg rodzynek.
Nasze zadanie polega na ustaleniu ile i jakich bułek powinniśmy upiec aby otrzymać największy zysk, biorąc pod uwagę ograniczone zapasy składników.

Na początek trzeba prawidłowo wypełnić tabelkę z danymi (Tabelka.1.)



Tabelka.1. Dane do zadania

Następnie należy doprowadzić zadanie do postaci standardowej:

Mając prawidłowo zestawioną tabelkę nie ma najmniejszego problemu z ułożeniem układu w postaci standardowej.

-> Najpierw układamy funkcję celu.
Naszym celem jest odpowiedź na pytanie: ile upiec pierwszych bulek B1 (x_1), ile drugich B2 (x_2) a ile trzecich B3 (x_3) aby otrzymać maksymalny zysk ?.
Cel dotyczył będzie kosztów - interesuje więc nas ostatni wiersz tabelki.
Przemnażamy nasze niewiadome x_1, x_2, x_3 (ilości bułek) przez ich ceny (ostatni wiersz: 1, 3, 2), które po zsumowaniu mają nam dać jak największą wartość.
$1x_1 + 3x_2 + 2x_3$ --> MAX

-> Następnie sporządzamy układ nierówności.
W tym miejscu nałożymy ograniczenia na zużycie podczas wypieku składników do ilości jaka jest dostępna w magazynie piekarni. Wykorzystamy dane z wnętrza tabelki (pomarańczowa część), które przemnożymy przez szukane niewiadome (x_1, x_2, x_3). Poczym nałożymy ograniczenie, że suma ich nie może być większa niż zapas w magazynie (ostatnia kolumna oznaczona na niebiesko).

$1x_1 + 2x_2 + 1x_3 <= 5$
$1x_1 + 1x_2 + 1x_3 <= 4$
$0x_1 + 1x_2 + 2x_3 <= 1$

-> Na koniec nakładamy ograniczenia na rozwiązanie.
Logicznym jest, że nie możemy upiec minus 5 bułek - dlatego zakładamy, że rozwiązanie będzie większe lub równe zero.
$x_1 >= 0$, $x_2 >= 0$, $x_3 >= 0$

Ostatecznie - postać standardowa układu
$1x_1 + 3x_2 + 2x_3$ --> MAX

$1x_1 + 2x_2 + 1x_3 <= 5$
$1x_1 + 1x_2 + 1x_3 <= 4$
$0x_1 + 1x_2 + 2x_3 <= 1$

$x_1 >= 0$, $x_2 >= 0$, $x_3 >= 0$

Kolejny krok to doprowadzenie do postaci kanonicznej układu:

W tym kroku pozbywamy sie wszystkich nierówności. Zrobimy to poprzez dodanie do naszych nierówności zmiennych swobodnych x_4, x_5, x_6. Zmienne te dodajemy również do funkcji celu - jednak nie wpłyną a one na wartość zysku gdyż dodawane są ze współczynnikiem = 0.

Postać kanoniczna układu

$1x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6$ --> MAX

$1x_1 + 2x_2 + 1x_3 + x_4 = 5$
$1x_1 + 1x_2 + 1x_3 + x_5 = 4$
$0x_1 + 1x_2 + 2x_3 + x_6 = 1$

$x_1 >= 0, x_2 >= 0, x_3 >= 0, x_4 >= 0, x_5 >= 0, x_6 >= 0$

Na koniec doprowadzamy do bazowej postaci kanonicznej układu:

W tym miejscu należy upewnić się, czy każde z równań posiada dodatkową zmienną (oprócz x_1, x_2, x_3) z dodatnim współczynnikiem = 1.
Po czym wstawiamy do każdego równania zmienne występujące w pozostałych równaniach. Dodajemy je ze współczynnikiem = 0, w kolejności od najmniejszego do największego indeksu.

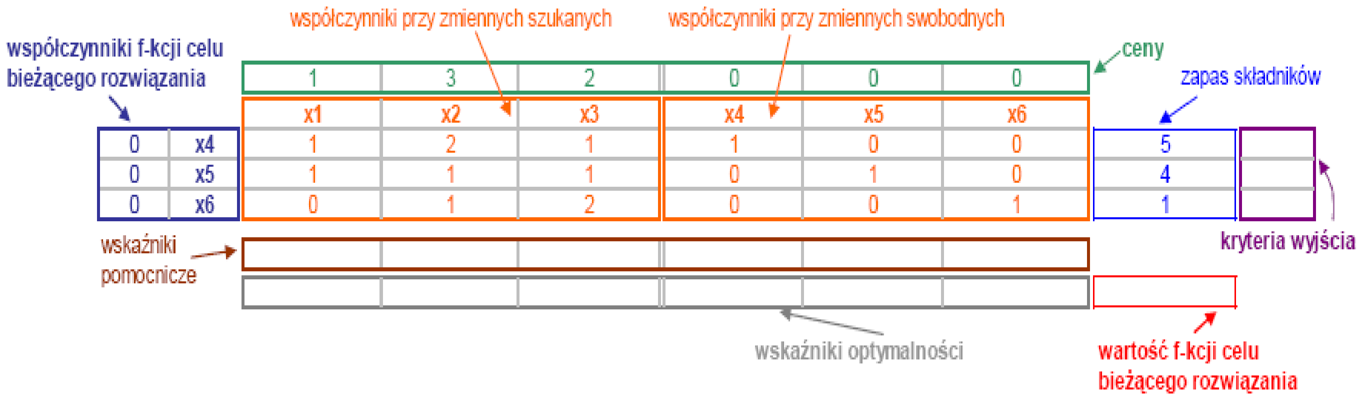
Bazowa postać kanoniczna układu

$1x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6$ --> MAX

$1x_1 + 2x_2 + 1x_3 + 1x_4 + 0x_5 + 0x_6 = 5$
$1x_1 + 1x_2 + 1x_3 + 0x_4 + 1x_5 + 0x_6 = 4$
$0x_1 + 1x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 1x_6 = 1$

$x_1 >= 0, x_2 >= 0, x_3 >= 0, x_4 >= 0, x_5 >= 0, x_6 >= 0$

Teraz możemy przystąpić do tworzenia tabelki metody simleks



Tabelka.2. Tabelka metody simpleks

Tabelkę wypełniamy na podstawie bazowej postaci kanonicznej układu.
Pierwszy wiersz (kolor zielony) to przepisane współczynniki funkcji celu. W drugi wiersz tabelki (pierwszy pomarańczowy wiersz) wpisujemy nazwy wszystkich zmiennych. Kolejne pomarańczowe wiersze wypełniamy liczbami stojącymi przy tych zmiennych w równaniach - odpowiednio pierwszy pusty wiersz (trzeci od góry tabelki) to pierwsze równanie, drugi wiersz - drugie równanie, itd.

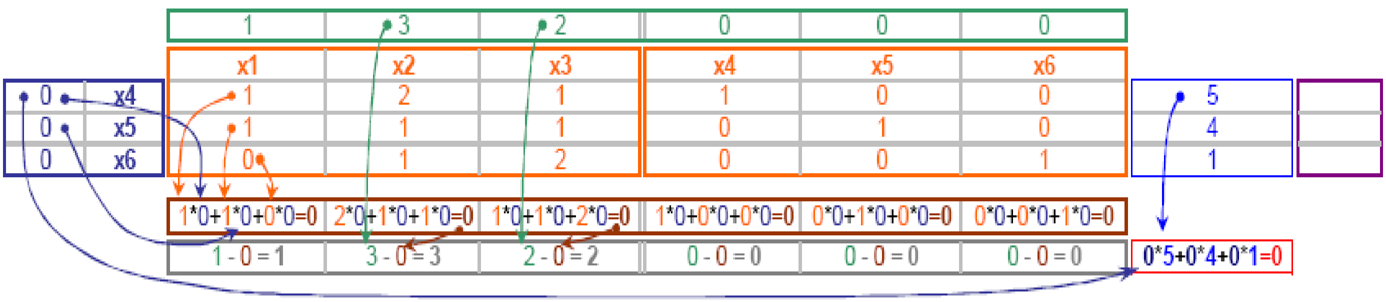
Przedostatnią kolumnę (kolor niebieski, po prawej) wypełniamy liczbami stojącymi po prawej stronie równań.

Zostały nam jeszcze do wypełnienia dwie pierwsze kolumny (kolor granatowy, po lewej). Pierwszą wypełniamy liczbami stojącymi przy zmiennych swobodnych w funkcji celu, natomiast drugie ich nazwami.

Dwa ostatnie wiersze (brązowy, szary i czerwona komórka) oraz ostatnią kolumnę (fioletową) pozostawiamy na razie puste.

Mając przygotowaną tabelkę bierzemy się za obliczenia

Krok.1.



Tabelka.3. Tabelka metody simpleks

W pierwszym kroku należy wyliczyć dwa ostatnie wiersze.
Pierwszy z nich wyliczamy jako iloczyn skalarny pierwszej kolumny po lewej (granatowy kolor) oraz kolejnej kolumny współczynników (kolor pomarańczowy). Na początek wszystkie wyszły = 0.

Ostatni wiersz - **wskaźniki optymalności** - liczymy odejmując od cen (kolor zielony) wiersz poniżej cen (kolor brązowy) z wyliczonymi przed chwilą wartościami. Wskaźniki te pozwalają nam określić czy dane rozwiązanie jest rozwiązaniem optymalnym.
Jeżeli wszystkie wskaźniki będą niedodatnie w przypadku maksymalizacji f-kcji celu lub nieujemne dla minimalizacji f-kcji celu.

Pozostała ostatnia komórka do wyliczenia (czerwony kolor) - **jest to wartość funkcji celu dla bieżącego rozwiązania**. Obliczamy ją jako wektor skalarny pierwszej kolumny (granatowy kolor) i kolumny przedostatniej (niebieski kolor).

Ponieważ współczynniki optymalności mają wartości dodatnie - **rozwiązanie nie jest optymalne**.

Krok.2.

Kolejny krok to znalezienie największej wartości w ostatnim wierszu (szarym - wskaźniki optymalności) w przypadku maksymalizacji funkcji celu, lub najmniejszej w przypadku jej minimalizacji. Maksymalizujemy f-kcję celu więc szukamy maksymalnego wskaźnika optymalności (kryterium wejścia). Jest to wartośc = 3. Po czym zaznaczamy całą kolumnę, w której znaleźliśmy max. wskaźnik.

Następnie wyliczamy kryteria wyjścia (ostatnia, fioletowa kolumna) jako iloraz elemntu z niebiskiej kolumny i z kolumny, którą wcześniej zaznaczyliśmy.

		1	3	2	0	0	0		
		x1	x2	x3	x4	x5	x6		
0	x4	1	2	1	1	0	0	5	5/2=2.5
0	x5	1	1	1	0	1	0	4	4/1=4
0	x6	0	1	2	0	0	1	1	1/1=1
		0	0	0	0	0	0		
		1	3	2	0	0	0	0	
			MAX kryterium wejścia		wskaźniki optymalności				

Tabelka.4. Tabelka metody simpleks

Krok.3.

W kroku trzecim szukamy najmniejszej wartości w ostatniej kolumnie (fioletowej - kryterium wyjścia). Bierzemy pod uwagę tylko wartości nieujemne. Następnie zaznaczamy cały wiersz, w którym znaleźliśmy kryterium wyjścia.

Wiemy teraz, jaką zmienną nie bazową opłaca się wprowadzić do bazy. Inaczej mówiąc - jaką zmienną koloru pomarańczowego wprowadzić do kolumny granatowej (po lewej stronie).

Wymieniamy zmienną bazową (kolumna granatowa) znajdującą się w zaznaczonym wierszu (jest nią x_6) na zmienną nie bazową (wiersz pomarańczowy) znajdującą się w zaznaczonej kolumnie (jest nią x_2). Wraz z zmienną przenosimy odpowiadający jej współczynnik z f-kcji celu (wartość z zielonego wiersza).

		1	3	2	0	0	0		
		x1	x2	x3	x4	x5	x6		
0	x4	1	2	1	1	0	0	5	2.5
0	x5	1	1	1	0	1	0	4	4
3	x2	0	1	2	0	0	1	1	1
		0	0	0	0	0	0		kryterium wyjścia
		1	3	2	0	0	0	0	MIN

Tabelka.5. Tabelka metody simpleks

Krok.4.

Mamy już nową bazę. Należy teraz dla niej odświerzyć tabelkę. Na początek wykasujmy nieaktualne już dane z dwóch ostatnich wierszy i z ostatniej kolumny.

Najpierw zaktualizujemy współczynniki (pomarańczowy kolor) oraz niebieską kolumnę po prawej stronie.

etap.1.
Zacznijmy od wiersza, w którym znaleĽliśmy kryterium wyjścia. Obliczamy w nim nowe wartości jako iloraz wartości z kolejnej komórki tego wiersza przez wartość z komórki znajdującej się na przecięciu wiersza ze znalezionym kryterium wyjścia i kolumny ze znalezionym kryterium wejścia
(Tabelka.6. etap.1.).

etap.2.
Przejdźmy teraz wiersz wyżej. Tutaj współczynniki wyliczamy nieco inaczej mianowicie: odejmujemy od kolejnej komórki tego wiersza iloczyn wartości znajdującej się na przecięciu tego wiersza i kolumny, w której znaleźliśmy kryterium wejścia oraz wartości obliczonych w etapie 1 (wartości z nowej tabelki) - znajdujących się w kolejnych komórkach wiersza, w którym znaleźliśmy kryterium wyjścia (Tabelka.6. etap.2.).

etap.3.
Na tym etapie postępujemy identycznie jak w etapie.2. z tym, że przenosimy się wiersz wyżej (Tabelka.6. etap.3.)

		1	3	2	0	0	0	tabelka ze starym rozwiązaniem	
		x1	x2	x3	x4	x5	x6		
0	x4	1	2	1	1	0	0	5	
0	x5	1	1	1	0	1	0	4	
3	x2	0	1	2	0	0	1	1	
		1	3	2	0	0	0	nowa tabelka	
		x1	x2	x3	x4	x5	x6		
0	x4	1	2	1	1	0	0	5	
0	x5	1	1	1	0	1	0	4	
3	x2	0/1=0	1/1=1	2/1=2	0/1=0	0/1=0	1/1=1	1\1=1	

Tabelka.6. Etap 1. Tabelka metody simpleks

		1	3	2	0	0	0	tabelka ze starym rozwiązanien	
		x1	x2	x3	x4	x5	x6		
0	x4	1	2	1	1	0	0	5	
0	x5	1	1	1	0	1	0	4	
3	x2	0	1	2	0	0	1	1	
		1	3	2	0	0	0	nowa tabelka	
		x1	x2	x3	x4	x5	x6		
0	x4	1	2	1	1	0	0	5	
0	x5	$1-0*\boxed{1}=1$	$1-1*\boxed{1}=0$	$1-2*\boxed{1}=-1$	$0-0*\boxed{1}=0$	$1-0*\boxed{1}=1$	$0-1*\boxed{1}=-1$	$4-1*\boxed{1}=3$	
3	x2	0	1	2	0	0	1	1	

Tabelka.6. Etap 2. Tabelka metody simpleks

tabelka ze starym rozwiązaniem

		1	3	2	0	0	0		
		x1	x2	x3	x4	x5	x6		
0	x4	1	2	1	1	0	0	5	
0	x5	1	1	1	0	1	0	4	
3	x2	0	1	2	0	0	1	1	

nowa tabelka

		1	3	2	0	0	0		
		x1	x2	x3	x4	x5	x6		
0	x4	1-0*2 =1	2-1*2 =0	1-2*2 =-3	1-0*2 =1	0-0*2 =0	0-1*2 =-2	5-1*2 =3	
0	x5	1	0	-1	0	1	-1	3	
3	x2	0	1	2	0	0	1	1	

Tabelka.6. Etap 3. Tabelka metody simpleks

Krok.5.

Kolejny krok do wyliczenie wskaźników pomocniczych, wskaźników optymalności oraz wartość f-kcji celu dla bieżącego rozwiązania tak jak zostało to pokazane w kroku.1. (Tabelka.7.)

Ponieważ współczynniki optymalności mają wartości dodatnie - **rozwiązanie nie jest optymalne**.

		1	3	2	0	0	0		
		x1	x2	x3	x4	x5	x6		
0	x4	1	0	-3	1	0	-2	3	
0	x5	1	0	-1	0	1	-1	3	
3	x2	0	1	2	0	0	1	1	
		1*0+1*0+0*3=0	0*0+0*0+1*3=3	-3*0-1*0+2*3=6	1*0+0*0+0*3=0	1*0+0*0+0*3=0	-1*0-1*0+1*3=3		
		1 - 0 = 1	3 - 3 = 0	2 - 6 = --4	0 - 0 = 0	0 - 0 = 0	0 - 3 = -3	0*3+0*3+3*1=3	

Tabelka.7. Tabelka metody simpleks

Krok.6.

Szukamy kolejnego rozwiązania. Wymazujemy nieaktualne już zaznaczenie kolumny z kryterium wejścia i wiersza z kryterium wyjścia. Po czym szukamy nowego kryterium wejścia oraz wyliczamy wartości fioletowej kolumny po prawej stronie, wg opisu w kroku.2. (Tabelka.7.)

		1	3	2	0	0	0		
		x1	x2	x3	x4	x5	x6		
0	x4	1	0	-3	1	0	-2	3	3/1=3
0	x5	1	0	-1	0	1	-1	3	3/1=3
3	x2	0	1	2	0	0	1	1	-
		0	3	6	0	0	3		
		1	0	-4	0	0	-3	3	

MAX (kryterium wejścia)

Tabelka.8. Tabelka metody simpleks

Krok.7.

Teraz należy odszukać kryterium wyjścia i zastąpić zmienną bazową x_4 zmienną nie bazową x_1, wg opisu w kroku.3. (Tabelka.7.)

(kryterium wyjścia) MIN

		1	3	2	0	0	0		
		x1	x2	x3	x4	x5	x6		
1	x1	1	0	-3	1	0	-2	3	3
0	x5	1	0	-1	0	1	-1	3	3
3	x2	0	1	2	0	0	1	1	-
		0	3	6	0	0	3		
		1	0	-4	0	0	-3	3	

Tabelka.9. Tabelka metody simpleks

Krok.8.

Dalej postępując wg opisu w krokach 4 i 5 otrzymamy w wyniku tabelkę jak poniżej (Tabelka.10.). Zauważmy, że żaden współczynnik nie jest dodatni - wynika stąd, że **otrzymaliśmy rozwiązanie optymalne**

		1	3	2	0	0	0		
		x1	x2	x3	x4	x5	x6		
1	x1	1	0	-3	1	0	-2	3	3
0	x5	0	-3	2	-1	1	1	0	-
3	x2	0	1	2	0	0	1	1	-
		1	3	3	1	0	1		
		0	0	-1	-1	0	-1	6	

Tabelka.10. Rozwiązanie optymalne

Jak odczytać rozwiązanie?

		1	3	2	0	0	0		
		x1	x2	x3	x4	x5	x6		
1	x1	1	0	-3	1	0	-2	3	3
0	x5	0	-3	2	-1	1	1	0	-
3	x2	0	1	2	0	0	1	1	-
		1	3	3	1	0	1		
		0	0	-1	-1	0	-1	6 zysk	

Tabelka.11. Odczytywanie rozwiązania

Aby odczytać rozwiązanie interesować nas będą tylko nazwy zmiennych umieszczone po lewej stronie w granatowej ramce oraz odpowiadające im wartości zawarte w ramce niebieskiej po prawej stronie. Przyda też się ostatnia czerwona komórka zawierająca zysk.

Rozwiązanie:

$x_1 = 3$

$x_5 = 0$

$x_2 = 1$

Reszta zmiennych równa jest zero.

$x_3 = 0$

$x_4 = 0$

$x_6 = 0$

Zysk jaki uzyskaliśmy równy jest 6.

Przy nałożonych ograniczeniach składników powinniśmy upiec 3 bułki I rodzaju (B1) i 1 bułkę rodzaju II (B2) aby otrzymać maksymalny zysk = 6.