

Wykład wstępny (VIA) << zrealizowany w 2006, przedrostki-nazwy zretuszowane w Acrobat >> z Podstaw Przetwarzania Informacji

(środowisko Matlab 6.x 7.x, przykłady wizualizacji ciąg dalszy)

W ramach treści wykładu kończącego serię omówień wstępnych i prezentacji zastosowań funkcji *Image Processing Toolbox* środowiska Matlab, postanowiono poszerzyć analizę formuł i reguł generacji motywów fraktalnych. Słowo *obiekt* lub *motyw* fraktalny będzie tutaj oznaczać wizualną postać tworu wyjściowego, w przeciwieństwie do *wzoru* oznaczającego ścisłą zależność lub regułę w wykładni matematycznej.

W wykładzie poprzednim (wykład V PPI 2006 przełom kwiecień/maj, temat: *przykłady wizualizacji*) podano prostą formułę generacji *trójkąta Sierpińskiego*, skrypt: *triangle.m* (inna nazwa stosowana w literaturze na świecie to *uszczelka Sierpińskiego*), *liścia paproci* skrypt: *fern.m* oraz *sylwetki smoka* skrypt: *drag.m*.

$$\begin{aligned}x_{i+1} &= A * x_i + B * y_i + E \\y_{i+1} &= C * x_i + D * y_i + F\end{aligned}\tag{1}$$

Gdyby analizować sens wartości liczbowych współczynników tablic *A..F* dla dwóch ostatnich skryptów, to najprawdopodobniej, doprowadziłoby to do nikąd. A celem naszych rozważań jest przecież dojście do takich uogólnień, by móc w przyszłości świadomie i przy najmniej po części w sposób kontrolowany generować obiekty fraktalne:

```
function [M, im_final]=fern(szx, szy, magnif, iter, nop);
A=[0.0 0.85 0.2 -0.15]; %linear transforms. coeffs.
B=[0.0 0.04 -0.26 0.28];
C=[0.0 -0.04 0.23 0.26];
D=[0.16 0.85 0.22 0.24];
E=[0.0 0.0 0.0 0.0];
F=[0.0 1.6 1.6 0.44];
```

Rys. 1 Nagłówek skryptu *fern.m* wraz z wartościami tablic 1-wymiarowych: *A, B, C, D, E, F*

```
function [M, im_final]=drag(szx, szy, magnif, iter, nop);
A=[ 0.824074 0.088272]; %linear transform. coeffs.
B=[ 0.281482 0.520988];
C=[-0.212346 -0.463889];
D=[ 0.864198 -0.377778];
E=[-1.88229 0.78536];
F=[-0.110607 8.095795];
```

Rys. 2 Nagłówek skryptu *drag.m* wraz z wartościami tablic 1-wymiarowych: *A, B, C, D, E, F*

Z drugiej strony, krótka chwila zastanowienia nad sensem dobru wartości współczynników tablic *A..F* dla skryptu pierwszego, to jest: *triangle.m*, daje prostą konkluzję.

```
function [M, im_final]=triangle(szx, szy, magnif, iter, nop);
A=[ 0.5 0.5 0.5]; %linear transform. coeffs.
B=[ 0 0 0 ];
C=[ 0 0 0 ];
D=[ 0.5 0.5 0.5];
E=[ 0 0 0.5];
F=[ 0 1 0.5];
```

Rys. 3 Nagłówek skryptu *triangle.m* wraz z wartościami tablic 1-wymiarowych: *A, B, C, D, E, F*

Współczynniki z tablic *E* i *F* stanowią swoistego rodzaju zbiór współrzędnych losowo doboranych, w operacji *rozpinania* podobszaru płaszczyzny XY. W tym podobszarze iteracyjnie przemieszcza się punkt rysowania *motywu* fraktalnego. Można zauważyć, że

kształt uszczelki Sierpińskiego, to jest jej obrys w formie trójkąta równoramiennego, rozpiętego pomiędzy punktami: (0,0), (1,0) oraz (0.5,0.5), pochodzi wprost od wartości współrzędnych x i y branych kolumnami odpowiednio z macierzy E i F .

Ponadto, stwierdza się, że się tak wyrażę, brak *korelacji skośnych* w wyliczaniu bieżącej współrzędnej x punktu kreślącego obiekt fraktalny, na podstawie wartości współrzędnej y z iteracji poprzedniej (współczynniki tablicy B są zerowe). Również, stwierdza się brak *korelacji skośnej* wartości nowo wyznaczonej współrzędnej y względem współrzędnej x z poprzedniej iteracji (współczynniki tablicy C są tutaj zerowe)

W przypadku wartości współczynników tablic A i D , to stanowią one zbiór losowego doboru z iteracji na iterację wartości współczynników *ściąających* wartości współrzędnych przemieszczającego się iteracyjnie punktu kreślonego obiektu fraktalnego do punktu zerowego o współrzędnych (0,0). Można je również nazwać współczynnikami *korelacji prostej*, bo uwzględniającej zależność współrzędnej x od x z iteracji na iterację oraz odpowiednio współrzędnej y od y z iteracji na iterację. W przypadku skryptu *triangle.m*, wartości te są jednakowe i wynoszą 0.5. To oznacza, że z iteracji na iterację, każda poprzednia wartość współrzędnych x i y o multiplikatywnie jest połową zmniejszana (nie licząc oczywiście wpływu współczynników innych działających tutaj addytywnie). Natomiast od czasu do czasu współczynniki tablic E i F , doprowadzają do stanu, w którym punkt kreślonego obiektu ponownie znajduje się na obrzeżach podobszaru, w którym rysowany jest obiekt fraktalny. Dla algorytmu kreślenia obiektu ze skryptu *triangle.m* jest to albo punkt (1,0.5) albo (0.5,0.5) albo również punkt (0,0).

W takim razie, w przypadku tego typu formuły matematycznej (1) w rysowaniu obiektów fraktalnych, mamy do czynienia z dwoma przeciwstawnymi zjawiskami, które globalnie muszą się równoważyć, dając określoną postać motywu fraktalnego. Pierwsze zjawisko to **ekspansja** wartości współrzędnych (x,y) w oparciu o bazę współczynników rozciągających bieżące współrzędne punktu iteracyjnie wędrującego po płaszczyźnie XY (współczynniki tablic E i F w działaniu addytywnym). Drugie zjawisko to **ściąaganie** wartości współrzędnych punktu kreślonego motywu fraktalnego do punktu (0,0) (współczynniki tablic A i D).

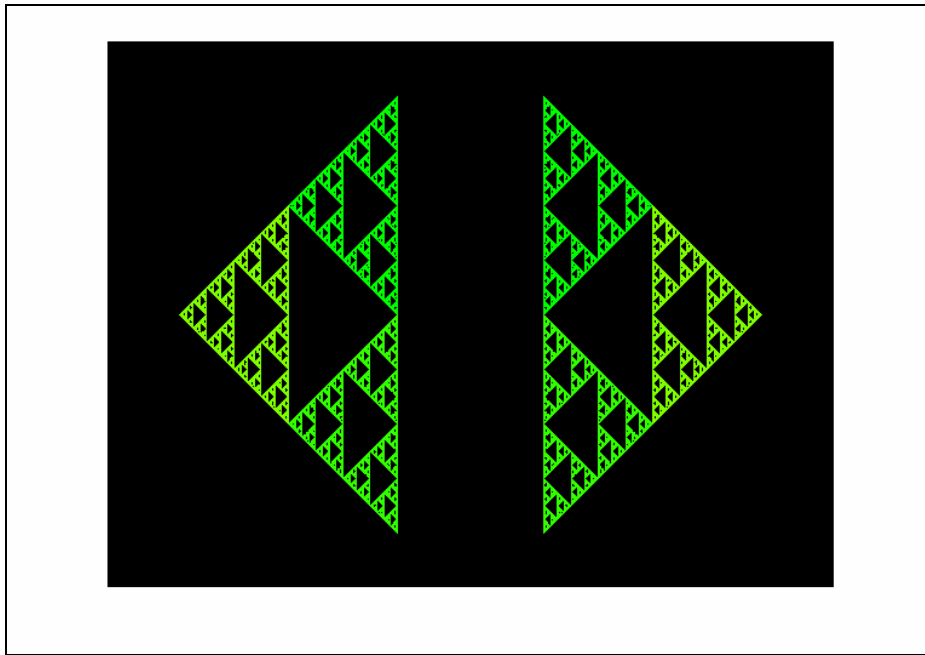
W oparciu o powyższe wnioski można, wychodząc od wartości współczynników tablic $A..F$ dla uszczelki Sierpińskiego, w drodze ewolucji, metodą prób i błędów, wygenerować nowe w formie motywy fraktalne. Celem podkreślenia implikacji powyższego wnioskowania, poniżej przytoczone zostaną rezultaty prób modyfikacji zawartości tablic $A..F$, wychodząc od wartości zgodnych z wartościami współczynników dla uszczelki Sierpińskiego.

Przytaczane w tym wykładzie postacie wygenerowanych obiektów fraktalnych stworzono w oparciu o zestaw domyślnych wywołań, dostępnych po wywołaniu pomocy na temat skryptu

fract.m:

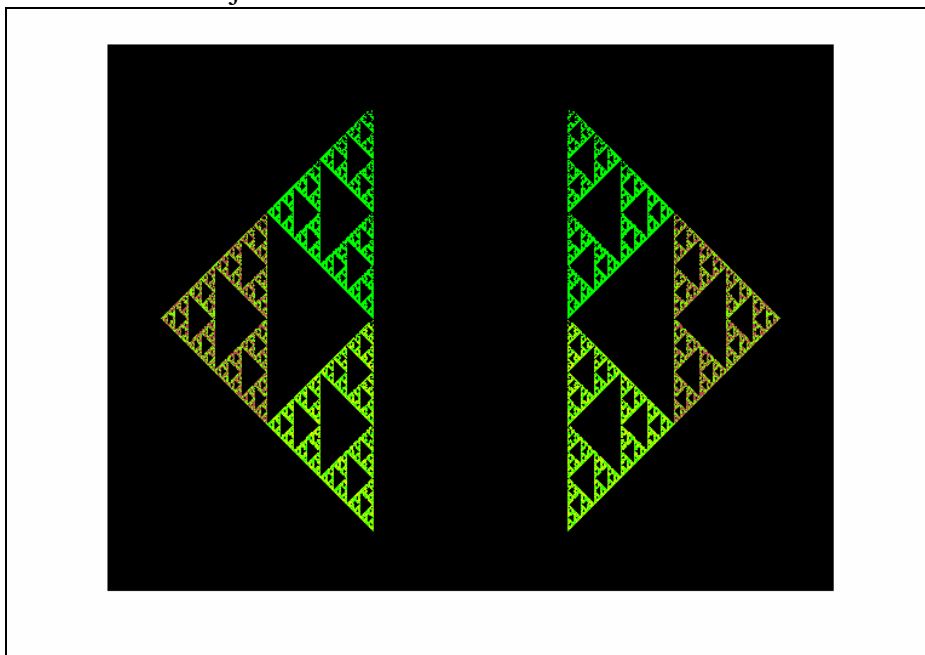
>> *help fract*

```
Artur Bernat all rights reserved
12 May 2006, triangle's fractal with stochastic transforms.
[M,im_final]=fract(szx,szy,magnif,iter,nop,opts,DoF,x0,y0);
szy,szx <=dimensions of 2D map(output size doubled in x)
magnif <=magnification coeff. for the figure
iter <=number of iteraton,
nop <=number of intervals in getting of frames
opts <=number of matrix of linear transformation coefficients
DoF <=DoF in choosing of coefficients in random walks
x0,y0 <=coords. starting points,default: (0,0) middle of the screen
[M,img]=fract(300,450,180,90000,16,0,3,-0.5,-1); %DEFAULT TRIANGLE NO.0
[M,img]=fract(300,450,175,90000,16,1,5,-0.4,-1); %default params.FRACT.no.1
[M,img]=fract(300,450,175,90000,16,2,3,-0.5,-1); %default params.FRACT.no.2
[M,img]=fract(300,450,160,90000,16,3,5,-0.6,-1); %default params.FRACT.no.3
[M,img]=fract(300,450,160,90000,16,4,4,-0.6,-1); %def. call prms.FRACT.no.4
[M,img]=fract(300,450,175,90000,16,5,5,-0.6,-1); %def. call prms.FRACT.no.5
[M,img]=fract(300,450,75,90000,16,6,5); %default call params. fract.no.6
[M,img]=fract(300,450,125,90000,16,6,4); %default call params. fract.no.6B
[M,img]=fract(300,450,125,60000,16,6,6); %default call params. fract.no.6C
[M,img]=fract(300,450,125,60000,16,6,5); %default call params. fract.no.6D
```



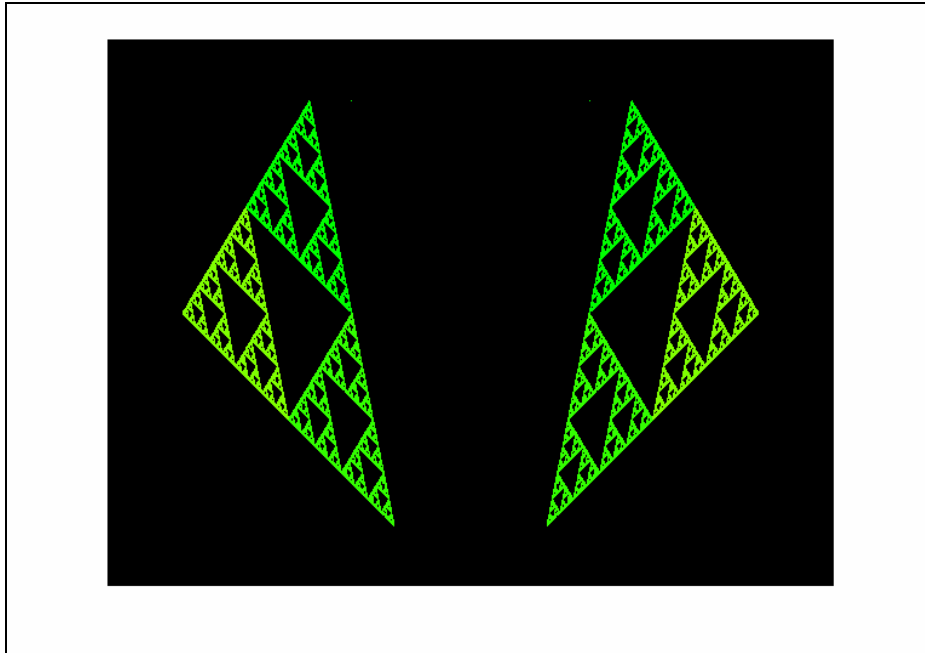
*Rys.1 Początkowy, zdwojony obraz uszczelki Sierpińskiego,
opcja nr 0 domyślnego zestawu parametrów wywołań skryptu `fract.m`*

Przy nieznaczącej zmianie wartości współczynników w wierszach 5 i 6 macierzy `MAT1` (odpowiednik tablic `E` i `F` we wcześniejszym skrypcie `triangle.m`), można na wstępie otrzymać dodatkowe fluktuacje kolorów:



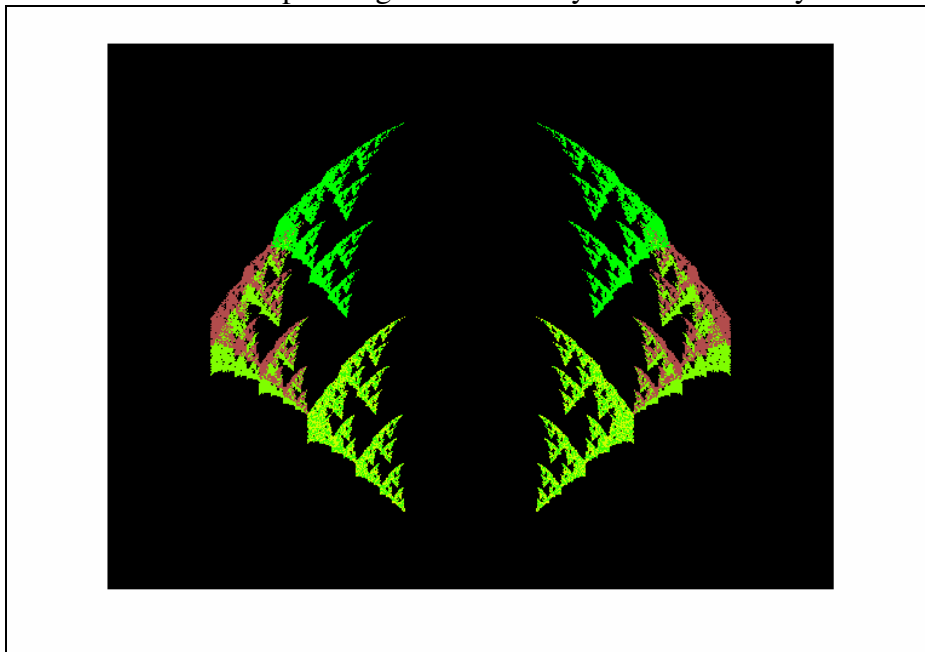
*Rys.2 Generacja obiektu według skryptu `fract.m`
dla opcji nr 1 domyślnego zestawu parametrów wywołań skryptu*

Nieco inne wartości współczynników macierzy o nazwie `MAT2` w skrypcie `fract.m` względem macierzy `MAT1` dla wiersza 5 i 6, stwarzają możliwości generacji obiektu w pozycji ukośnej. Pozostaje tylko pytanie, czy jest to skrót perspektywistyczny, czy też tylko skos na płaszczyźnie XY:



*Rys.3 Generacja obiektu według skryptu `fract.m`
dla opcji nr 2 domyślnego zestawu parametrów wywołań skryptu*

Do tej pory, współczynniki odpowiedzialne za *korelację skośną*, (określające wpływ multiplikatywny współrzędnej x na y oraz y na x) były ustawione na wartości zerowe. Gdyby jednak w jednej z kolumn wiersza drugiego macierzy `MAT3` oraz w jednej z kolumn wiersza trzeciego macierzy `MAT3` wprowadzić niezerową wartość rzędu 0.15, to po raz pierwszy schemat rysowania uszczelki Sierpińskiego zostanie radykalnie zmieniony:



*Rys.4 Generacja obiektu według skryptu `fract.m`
dla opcji nr 3 domyślnego zestawu parametrów wywołań skryptu*

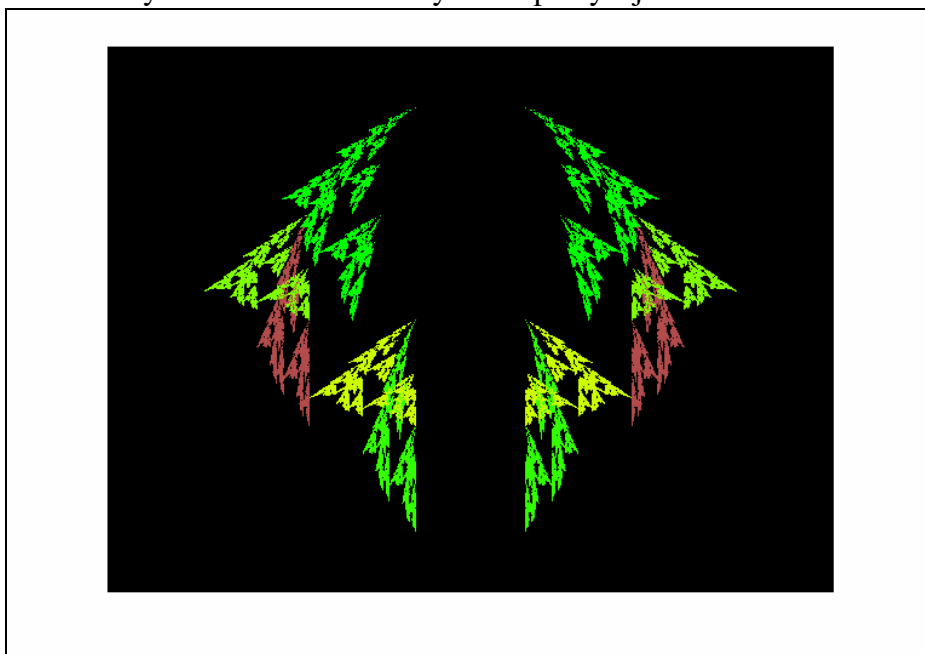
Nadto, nieco bardziej odważne próby zmian pozostałych niezerowych współczynników korelacji skośnych na niezerowe prowadzą do nieco innego wzoru. Chociaż, od razu na wstępie należy zaznaczyć, że ze zmniejszoną liczbą stopni swobody w losowym doborze wszystkich współczynników spośród zbioru współczynników macierzy `MAT4`. Do tej pory

liczba stopni swobody dla obiektów z rysunków: 1, 2, 3 ,4 wynosiła odpowiednio: 3, 5 ,3 ,5 , a obecnie dla obiektu z rysunku 5 poniżej wynosi 4:



*Rys.5 Generacja obiektu według skryptu `fract.m`
dla opcji nr 4 domyślnego zestawu parametrów wywołań skryptu*

Obecnie, wprowadzone zostaną różne wartości współczynników *korelacji prostych*, albo inaczej mówiąc współczynników ściągających wartości współrzędnych do punktu (0,0). Niech to będą wartości 0.25 oraz 0.5 w różnych kolumnach wierszy 1 i 4 macierzy `MAT5`, przy oczywiście konsekwentnym zachowaniu zmian już stopniowo wprowadzanych i istniejących w macierzy `MAT4` dla obiektu z rysunku powyżej:



*Rys.6 Generacja obiektu według skryptu `fract.m`
dla opcji nr 5 domyślnego zestawu parametrów wywołań skryptu*

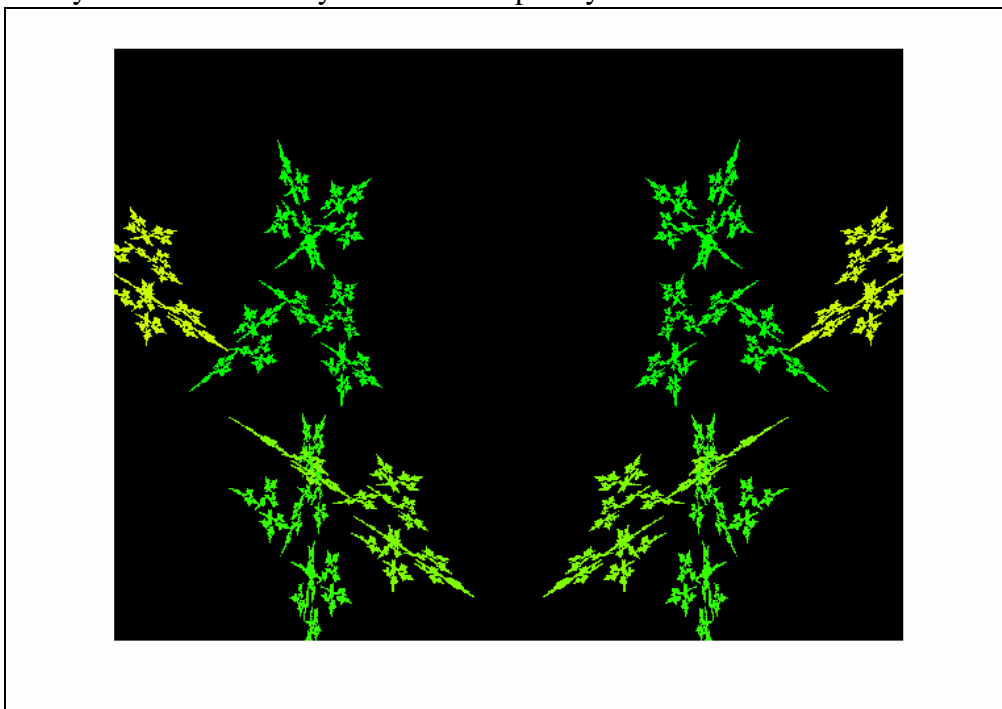
Ostatecznie, w opcji numer 6 domyślnych wywołań przykładowych parametrów skryptu `fract.m`, zastosowano regułę średniej arytmetycznej w przybliżeniu równej lub bliskiej zeru, dla wiersza 2 i 3 macierzy `MAT6` (są to współczynniki *korelacji skośnej*) oraz dla wiersza 5 i 6

macierzy *MAT6* (są to współczynniki określające rozmiar podobszaru, na którym *rozpięta* jest droga punktu kreślonego obiektu fraktalnego, przemieszczającego się z iteracji na iterację):



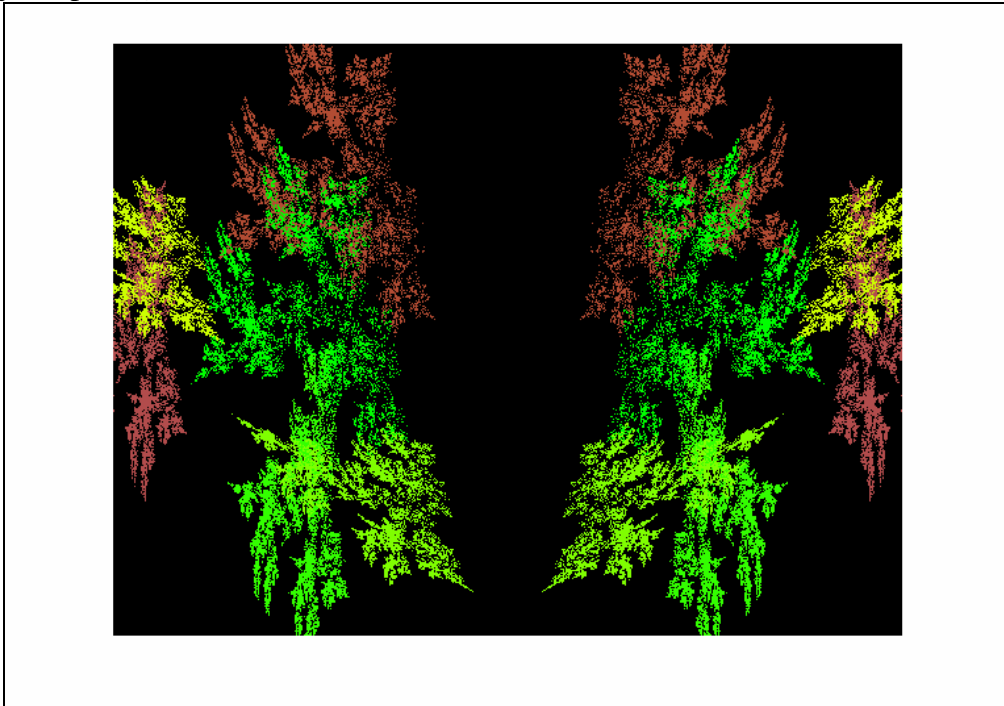
*Rys.7 Generacja obiektu według skryptu `fract.m`
dla opcji nr 6 domyślnego zestawu parametrów wywołań skryptu*

Wprowadzenie współczynników dodatnich i ujemnych oraz zmiany zarówno w wierszach *korelacji prostych*, w wierszach *korelacji skośnych*, jak i w wierszach funkcji *rozpinających* obszar zajętości kreślonego obiektu, dały w rezultacie obiekt zupełnie niepodobny do trójkąta Sierpińskiego. Powyższy rezultat uzyskano dla macierzy współczynników *MAT6*, przy liczbie stopni swobody równej 5. Jednakże istnieją jeszcze predefiniowane, domyślne linijki zestawu parametrów oznaczone jako *6B* oraz *6C* i *6D*. W wywołaniu numer *6B* zmniejszono liczbę stopni swobody w doborze losowym zestawu współczynników z 5 na 4:



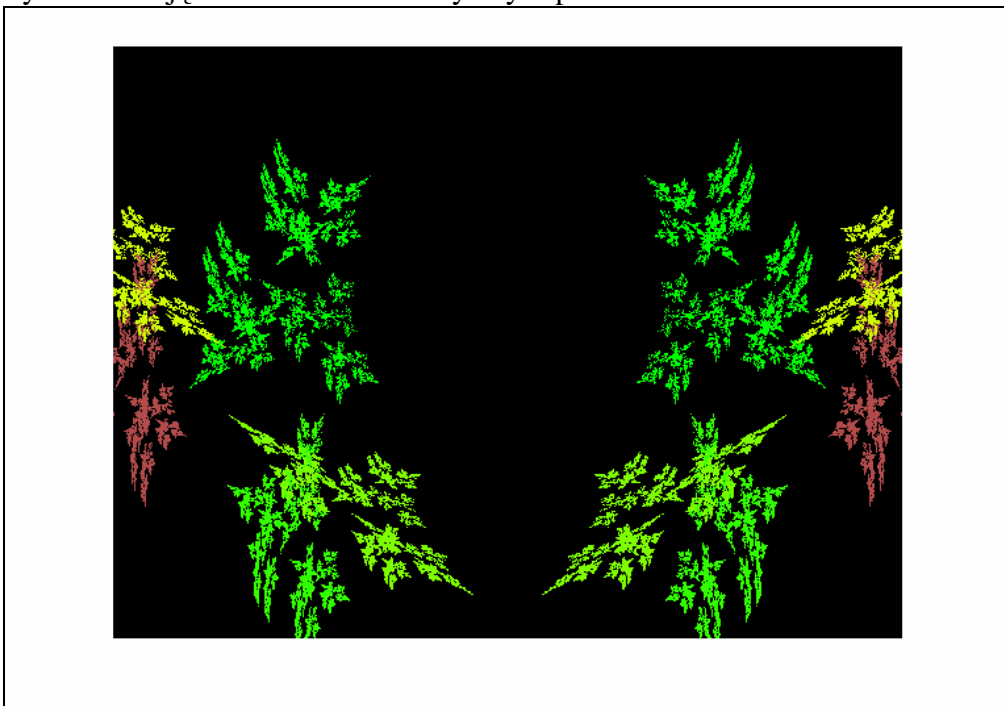
*Rys.8 Generacja obiektu według skryptu `fract.m`
dla opcji nr 6B domyślnego zestawu parametrów wywołań skryptu*

Z kolei w wywołaniu numer 6C liczba stopni swobody jest ustawiona na 6, przy tym samym co w opcji 6B powiększeniu:



*Rys.9 Generacja obiektu według skryptu `fract.m`
dla opcji nr 6C domyślnego zestawu parametrów wywołań skryptu*

Jeszcze tylko inne ujęcie z zestawem domyślnym parametrów numer 6D:



*Rys.10 Generacja obiektu według skryptu `fract.m`
dla opcji nr 6D domyślnego zestawu parametrów wywołań skryptu*

Inne powiększenie, zbyt duże do wyświetlanego kadru, to w przypadku skryptów pisanych na użytek zajęć z PPI, dodatkowe zjawisko lustrzanego odbijania się motywu fraktalnego na krawędziach generowanego obrazu. Stąd ten sam z pozoru zestaw parametrów przy innym powiększeniu może dać inny motyw przewodni tworzący fraktalnego z uwagi na interferencję.

```

1 %Artur Bernat all rights reserved
2 %12 May 2006, triangle's fractal with stochastic transforms.
3 %[M,im_final]=fract(szx,szy,magnif,iter,nop,opts,DoF,x0,y0);
4 %szy,szx <=dimensions of 2D map(output size doubled in x)
5 %magnif <=magnification coeff. for the figure
6 %iter <=number of iteraton,
7 %nop <=number of intervals in getting of frames
8 %opts <=number of matrix of linear transformation coefficients
9 %DoF <=DoF in choosing of coefficients in random walks
10 %x0,y0 <=coords. starting points,default: (0,0) middle of the screen
11 %[M,img]=fract(300,450,180,90000,16,0,3,-0.5,-1); %DEFAULT TRIANGLE NO.0
12 %[M,img]=fract(300,450,175,90000,16,1,5,-0.4,-1);%default params.FRACT.no.1
13 %[M,img]=fract(300,450,175,90000,16,2,3,-0.5,-1);%default params.FRACT.no.2
14 %[M,img]=fract(300,450,160,90000,16,3,5,-0.6,-1);%default params.FRACT.no.3
15 %[M,img]=fract(300,450,160,90000,16,4,4,-0.6,-1);%def. call prms.FRACT.no.4
16 %[M,img]=fract(300,450,175,90000,16,5,5,-0.6,-1);%def. call prms.FRACT.no.5
17 %[M,img]=fract(300,450,75,90000,16,6,5); %default call params. fract.no.6
18 %[M,img]=fract(300,450,125,90000,16,6,4); %default call params. fract.no.6B
19 %[M,img]=fract(300,450,125,60000,16,6,6); %default call params. fract.no.6C
20 %[M,img]=fract(300,450,125,60000,16,6,5); %default call params. fract.no.6D
21 function [M,im_final]=fract(szx,szy,magnif,iter,nop,opts,dof,xx0,yy0);
22 %-----
23 MATA= [0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5];%test linear transform. coeffs.
24 MATA=[MATA; 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0];
25 MATA=[MATA; 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0];
26 MATA=[MATA; 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5];
27 MATA=[MATA; 0.0 0.0 0.5 0.0 0.0 0.0];
28 MATA=[MATA; 0.0 1.0 0.5 0.0 0.0 0.0];
29 %-----
30 MAT1= [0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5];%1st linear transform. coeffs.
31 MAT1=[MAT1; 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0];
32 MAT1=[MAT1; 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0];
33 MAT1=[MAT1; 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5];
34 MAT1=[MAT1; 0.0 0.0 0.5 0.0 0.5 0.0];
35 MAT1=[MAT1; 0.0 1.0 0.5 1.0 0.5 0.0];
36 %-----
37 MAT2= [0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5];%2nd linear transform. coeffs.
38 MAT2=[MAT2; 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0];
39 MAT2=[MAT2; 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0];
40 MAT2=[MAT2; 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5];
41 MAT2=[MAT2; 0.2 0.0 0.5 0.0 0.5 0.0];
42 %-----
43 %-----
44 MAT3= [0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5];%3rd linear transform. coeffs.
45 MAT3=[MAT3; 0.15 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0];
46 MAT3=[MAT3; 0.0 0.0 0.15 0.0 0.0 0.0];
47 MAT3=[MAT3; 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5];
48 MAT3=[MAT3; 0.0 0.0 0.5 0.0 0.5 0.0];
49 MAT3=[MAT3; 0.0 1.0 0.5 1.0 0.5 0.0];
50 %-----
51 %-----
52 MAT4= [0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5];%4nth linear transform. coeffs.
53 MAT4=[MAT4; 0.15 0.0 0.0 0.0 0.15 0.0];
54 MAT4=[MAT4; 0.0 0.20 0.15 0.20 0.0 0.0];
55 MAT4=[MAT4; 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5];
56 MAT4=[MAT4; 0.0 0.0 0.5 0.0 0.5 0.0];

```

Rys.11 Strona 1 skryptu *fract.m*


```

57 MAT4=[MAT4; 0.0 1.0 0.5 1.0 0.5 0.0];
58 %-----
59 MAT5= [0.5 0.25 0.5 0.5 0.25 0.50];%5th linear transform.
60 MAT5=[MAT5; 0.15 0.0 0.0 0.0 0.00 0.15];
61 MAT5=[MAT5; 0.0 0.20 0.15 0.15 0.20 0.00];
62 MAT5=[MAT5; 0.5 0.5 0.25 0.25 0.5 0.50];
63 MAT5=[MAT5; 0.0 0.0 0.5 0.0 0.5 0.00];
64 MAT5=[MAT5; 0.0 1.0 0.5 1.0 0.5 0.00];
65 %-----
66 %-----
67 MAT6= [ 0.5 0.25 0.5 0.5 0.25 0.50];%6nth set of coeffs.
68 MAT6=[MAT6; 0.15 0.0 0.0 0.0 0.00 0.15];
69 MAT6=[MAT6; 0.0 0.20 -0.15 -0.15 0.20 0.00];
70 MAT6=[MAT6; -0.50 0.5 0.25 0.25 0.5 -0.50];
71 MAT6=[MAT6; -0.10 0.0 -0.5 1.0 1.0 -0.25];
72 MAT6=[MAT6; -0.25 1.0 1.0 -0.5 0.0 -1.00];
73 %-----
74 switch opts
75     case 0
76         MAT=MATA;opts
77     case 1
78         MAT=MAT1;opts
79     case 2
80         MAT=MAT2;opts
81     case 3
82         MAT=MAT3;opts
83     case 4
84         MAT=MAT4;opts
85     case 5
86         MAT=MAT5;opts
87     case 6
88         MAT=MAT6;xx0=0;yy0=0;opts
89 end;
90 step=iter/nop;
91 MAX_TRANSF=dof;
92 mapsA=zeros(szy,szx);mapsB=zeros(szy,szx);
93 x=0;y=0;
94 nrp = ceil(MAX_TRANSF.*rand(1,iter));
95 [min(nrp(:)) max(nrp(:))]
96 %background; 1-8 palette's color ;
97 paltsA=[0.0 0.0 0.0; 0.0 1.0 0.0;0.2 1.0 0.0; 0.5 1.0 0.0;...
98         0.8 1.0 0.0;0.7 0.3 0.3; 0.7 0.3 0.2;...
99         0.7 0.2 0.0;1.0 0.5 0.0; 0.8 1.0 1.0];
100 M=moviein(nop+2);
101 axis manual;
102 j=0;%control counter for catching of frames
103 for i=1:iter,
104     kolor=uint8(nrp(i));
105     xl=MAT(1,kolor).*x+MAT(2,kolor).*y+MAT(5,kolor);
106     y =MAT(3,kolor).*x+MAT(4,kolor).*y+MAT(6,kolor);
107     x=xl;
108     Y=(szy/2+magnif.*(yy0+y));
109     X=(szx/2+magnif.*(xx0+x));
110     mapsA(uint16(1+sign(Y)).*Y,uint16(1+sign(X)).*X)=uint8(1+nrp(i));
111     mapsB(uint16(1+sign(Y)).*Y,uint16(1+sign(X)).*X)=uint8(1+nrp(i));
112     if mod(i,step)==0

```

Rys.12 Strona 2 skryptu *fract.m*

```

113     imshow([fliplr(mapsa(1:szy,1:szx)) mapsb(1:szy,1:szx)],paltsA);
114     axis([0 szx + szx 0 szy]); axis manual; j=j+1; [i j]
115     M(:,j)=getframe;
116 end;
117 end;
118 im_final=ind2rgb([fliplr(mapsa(1:szy,1:szx)) mapsb(1:szy,1:szx)],paltsA);
119 movie(M);
120 RandName=100+899*rand(1,1);
121 movie2avi(M, ['triangle2fract' int2str(RandName) '.avi'],'compression',...
122           'Cinepak','FPS',4);
123 %close;

```

Rys.13 Strona 3 skryptu *fract.m***Podsumowując, o postaci wizualnej tworu fraktalnego, decydują:**

- 1) wartości zbioru współczynników *korelacji prostych* (dawniejsze oznaczenie ze skryptu *triangle.m*, to macierze jednowierszowe *A* i *D*)
- 2) wartości zbioru współczynników *korelacji skośnych* (dawniejsze oznaczenie ze skryptu *triangle.m*, to macierze jednowierszowe *B* i *C*)
- 3) wartości zbioru współczynników funkcji rozpinania podobszaru drogi punktu kreślonego obiektu fraktalnego (oznaczenie we wcześniejszym skrypcie *triangle.m* to *E* i *F*)

Ponadto istotną rolę odgrywa:

- a) równomierność/nierównomierność wartości współczynników branych pod uwagę wierszami w macierzy *MAT* 6x6 elementów (taka macierz jest bowiem zasadniczo w przekształceniach wykorzystywana w skrypcie *fract.m*)
- b) dodatność/niedodatność współczynników w poszczególnych wierszach macierzy *MAT*
- c) wartość średnia arytmetyczna zerowa/niezerowa ze współczynników w wierszach *MAT*
- d) potencjalnie: wartość odchylenia standardowego z wartości w wierszach w *MAT*

Inny wniosek to:

- a) zapewnienie większej liczby swobody w losowym doborze współczynników to istotna przyczyna rozbudowy *motywu przewodniego* na bazie którego powstaje twór fraktalny, mający najprawdopodobniej stały wymiar fraktalny, jako, że silnie i wyraziście zaznaczają się tutaj cechy samopodobieństwa pod-elementów budowy fraktala do elementów głównych.
- b) zwiększenie większej liczby swobody to również utrata w skrajnym przypadku czytelności *motywu przewodniego* budowy fraktala
- c) w oparciu o zwiększoną liczbę stopni swobody można by spróbować z pomocą deterministycznie i planowo wyliczonych współczynników wiersza 5 i 6 rozpinać budowę tworu fraktalnego na bazie trywialnych figur geometrycznych trójkąta, czworokąta, pięciokąta, sześciokąta, itd.
- d) po szeregu wstępnych analiz, istnieje poważna przesłanka do tego, aby efektywnie generować analogiczne w sposobie wyliczeń fraktale, w przestrzeni 3D lub ogólnie dla przestrzeni wielowymiarowych R^n
- e) możliwość *rozpinania* oraz *ściągnięcia* współrzędnych punktu kreślonego tworu fraktalnego, upoważnia nas obecnie do próby *zaszcycia* w formule zależności typu (1) możliwości zbiegania się współrzędnych punktu przemieszczanego iteracyjnie do punktu o niezerowych współrzędnych

Dla przypadku przestrzeni 3D postać zależności (1) mogłaby następująco się przedstawiać:

$$\begin{aligned}
 x_{i+1} &= A * x_i + B * y_i + C * z_i + J \\
 y_{i+1} &= D * x_i + E * y_i + F * z_i + K \\
 z_{i+1} &= G * x_i + H * y_i + I * z_i + L
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

Sprawą oczywistą wydaje konieczność sprawdzenia w przestrzeni 2D, chociażby prostej modyfikacji zależności (1):

$$x_{i+1} = A * x_i * (x_i - \overline{Ex})^2 + B * y_i * (x_i - \overline{Ey})^2 + E \quad (3)$$

$$y_{i+1} = C * x_i * (x_i - \overline{Ex})^2 + D * y_i * (x_i - \overline{Ey})^2 + F$$

Powyższy wzór uwzględniać będzie moment drugiego rzędu ze śladu współrzędnej x oraz y punktu dla kreślonego obiektu fraktalnego, przy czym dość interesujące może być badanie zależności motywu przewodniego tworu fraktalnego od długości listy próbek uczestniczących w wyliczaniu wartości średniej Ex oraz Ey dla współrzędnych x i y odpowiednio, śledzonego toru ruchu punktu kreślonego obiektu. Innymi słowy: czy będzie to wartość średnia liczona z całkowitego zbioru współrzędnych trajektorii drogi do tej pory przebytej, czy też średnia z zapominaniem, tj. stałą, założoną z góry liczbą próbek uczestniczących w wyznaczaniu jej wartości, o tym zdecydować może tylko praktyka. Również wybór pomiędzy estymatorem obciążonym oraz nieobciążonym wartości średniej, czy będzie miał jakikolwiek wpływ na sposób wykreślenia tworu fraktalnego, to też może się okazać tylko w drodze praktyki. Jeszcze tylko może przedstawię nieco bardziej interesujący przypadek *korelacji skośnej* pomiędzy współrzędnymi x i y :

$$x_{i+1} = A * x_i * (x_i - \overline{Ey})^2 + B * y_i * (x_i - \overline{Ex})^2 + E \quad (4)$$

$$y_{i+1} = C * x_i * (x_i - \overline{Ey})^2 + D * y_i * (x_i - \overline{Ex})^2 + F$$

lub stosownie do zależności (3) wzór na *samoograniczenie się* w przesunięciach ruchów punktu, w zadaniu iteracyjnego wykreślenia tworu fraktalnego:

$$x_{i+1} = A * x_i * \frac{1}{1 + (x_i - \overline{Ex})^2} + B * y_i * \frac{1}{1 + (x_i - \overline{Ey})^2} + E \quad (5)$$

$$y_{i+1} = C * x_i * \frac{1}{1 + (x_i - \overline{Ex})^2} + D * y_i * \frac{1}{1 + (x_i - \overline{Ey})^2} + F$$

Wykład wstępny (VIB) z Podstaw Przetwarzania Informacji

(motywy fraktalne rozpięte na trywialnych figurach geometrycznych)

Zgodnie z treścią części A wykładu VI postanowiono przytoczyć przykłady tworów fraktalnych generowanych dla 5 oraz 6 stopni swobody w doborze losowym współczynników *korelacji prostej*, *korelacji skośnej* (o charakterze multiplikatywnym) oraz współczynników pełniących funkcję *rozpinania* współrzędnych podobszaru wykreślenia tworu fraktalnego (o charakterze addytywnym względem nowo wyliczanych współrzędnych x,y).

Ponieważ rzeczy najistotniejsze, ze szczegółami włącznie, w implementacji algorytmów skryptów *triangle.m*, *fern.m*, *drag.m*, *fract.m* zostały podane już wykładzie V oraz VIA, tutaj poniżej w formie skondensowanej zostaną podane wyniki domyślnego wywołania parametrów dla nowo stworzonych skryptów o nazwach *fractpentagram.m* oraz *fracthexagon.m*.

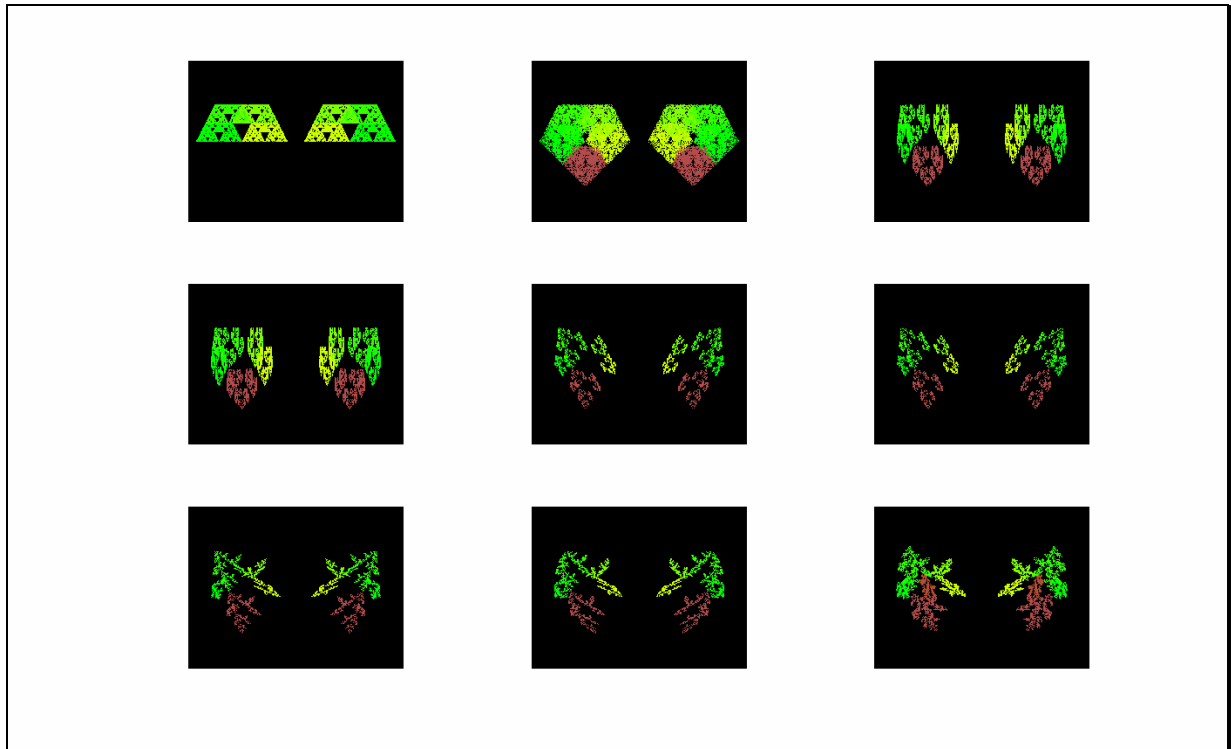
>> *help fractpentagram*

```
Artur Bernat all rights reserved
13 May 2006, triangle's fractal with stochastic transforms.
[M,im_final]=fractpentagram(szx,szy,magnif,iter,nop,opts,DoF,x0,y0);
szy,szx <=dimensions of 2D map(output size doubled in x)
magnif <=magnification coeff. for the figure
iter <=number of iteraton,
nop <=number of intervals in getting of frames
opts <=number of matrix of linear transformation coefficients
DoF <=DoF in choosing of coefficients in random walks
x0,y0 <=coords. starting points,default: (0,0) middle of the screen
[M,img]=fractpentagram(300,450,180,90000,16,0,3,-0.5,-1); %DEFAULT TRIANGLE NO.0
[M,img]=fractpentagram(300,450,75,90000,16,1,4,-0.0,-0.0);%default params.FRACT.no.1A
[M,img]=fractpentagram(300,450,75,90000,16,1,5,-0.0,-0.0);%default params.FRACT.no.1B
[M,img]=fractpentagram(300,450,75,90000,16,2,5,-0.0,-0.0);%default params.FRACT.no.2A
[M,img]=fractpentagram(300,450,75,90000,16,2,5,-0.0,-0.0);%default params.FRACT.no.2B
[M,img]=fractpentagram(300,450,75,90000,16,3,5,-0.0,-0.0);%default params.FRACT.no.3A
[M,img]=fractpentagram(300,450,75,90000,16,3,5,-0.0,-0.0);%default params.FRACT.no.3B
[M,img]=fractpentagram(300,450,75,90000,16,4,5,-0.0,-0.0);%def. call prms.FRACT.no.4
[M,img]=fractpentagram(300,450,75,90000,16,5,5,-0.0,-0.0);%def. call prms.FRACT.no.5
[M,img]=fractpentagram(300,450,75,90000,16,6,6); %default call params. fract.no.6
```

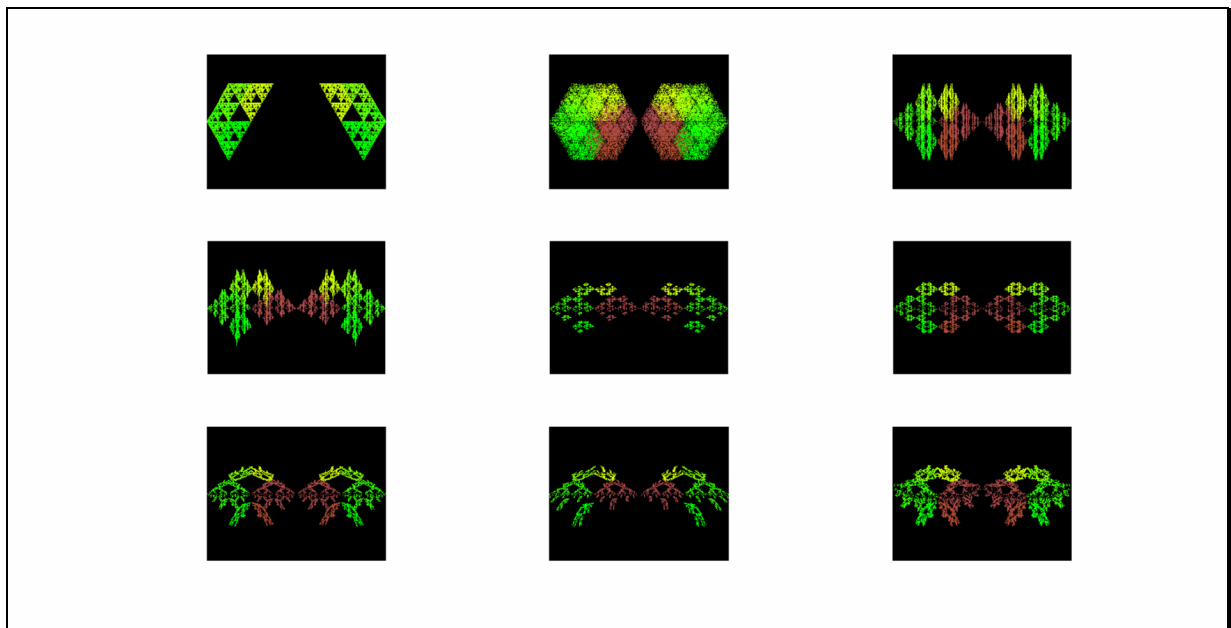
>> *help fracthexagon*

```
Artur Bernat all rights reserved
12 May 2006, triangle's fractal with stochastic transforms.
[M,im_final]=fracthexagon(szx,szy,magnif,iter,nop,opts,DoF,x0,y0);
szy,szx <=dimensions of 2D map(output size doubled in x)
magnif <=magnification coeff. for the figure
iter <=number of iteraton,
nop <=number of intervals in getting of frames
opts <=number of matrix of linear transformation coefficients
DoF <=DoF in choosing of coefficients in random walks
x0,y0 <=coords. starting points,default: (0,0) middle of the screen
[M,img]=fracthexagon(300,450,180,90000,16,0,3,-0.5,-1); %DEFAULT TRIANGLE NO.0
[M,img]=fracthexagon(300,450,75,90000,16,1,4,-0.0,-0.0);%default params.FRACT.no.1A
[M,img]=fracthexagon(300,450,75,90000,16,1,6,-0.0,-0.0);%default params.FRACT.no.1B
[M,img]=fracthexagon(300,450,75,90000,16,2,5,-0.0,-0.0);%default params.FRACT.no.2A
[M,img]=fracthexagon(300,450,75,90000,16,2,6,-0.0,-0.0);%default params.FRACT.no.2B
[M,img]=fracthexagon(300,450,75,90000,16,3,5,-0.0,-0.0);%default params.FRACT.no.3A
[M,img]=fracthexagon(300,450,75,90000,16,3,6,-0.0,-0.0);%default params.FRACT.no.3B
[M,img]=fracthexagon(300,450,75,90000,16,4,6,-0.0,-0.0);%def. call prms.FRACT.no.4
[M,img]=fracthexagon(300,450,75,90000,16,5,5,-0.0,-0.0);%def. call prms.FRACT.no.5
[M,img]=fracthexagon(300,450,75,90000,16,6,6); %default call params. fract.no.6
```

Do uwag głównych dotyczących skryptów o powyższych nagłówkach informacyjnych helpa należy dodać, że pierwszy ze skryptów rozpinia obszar rysowanych tworów fraktalnych na bazie nieforemnego pięciokąta, choć figura gwiazdy pięcioramiennej jest również możliwa do zaimplementowania po drobnych przeróbkach kodu źródłowego. Drugi ze skryptów rozpinia obszar rysowanych tworów fraktalnych na bazie foremnego sześciokąta. Wartości współczynników wiersza 5 i 6, odpowiedzialnych za współrzędne tychże wielokątów są przybliżane ilorazem liczb trzy, cztero-cyfrowych, celem zachowania możliwie najwyższej precyzji. Rezultaty domyślnej listy parametrów dla każdego z dwóch skryptów w formie podwykresów 3x3 elementy podano poniżej:



Rys.14 Rezultaty wykonania skryptu *fractpentagram.m*



Rys.15 Rezultaty wykonania skryptu *fracthexagon.m*

Dla domyślnego 1 i 2 zestawu parametrów w przypadku obydwu skryptów podstawowy motyw znany z konstrukcji *uszczelki Sierpińskiego* został rozpięty odpowiednio na *połowie/półowce* i *całości*, pięciokąta oraz sześciokąta. Dla domyślnego zestawu 8 i 9 parametrów domyślnego wywołania w przypadku obydwu skryptów mamy do czynienia z bardziej skomplikowanym motywem przewodnim zachowującym **wymiar fraktalny** budowanego tworu fraktalnego. Ostatecznie widać w wizualnym odbiorze, pewną estetyczno-rytmiczną przewagę rezultatów generacji motywów fraktalnych w oparciu o nieco zmniejszoną liczbę stopni swobody z 6 do 5 w skrypcie *fractpentagram.m*, nad koniecznością stosowania 6 stopni swobody w skrypcie *fracthexagon.m*.

W przypadku zwiększonej liczby stopni swobody (powyżej 6) zachodzi obawa, że twór swoim charakterem będzie przypominać bardziej dzieło przypadkowe, składające się bardziej z interferujących fal szumu informacyjnego, niż dzieło typowo fraktalne ze stałym wymiarem fraktalnym, tj. pewnym motywem przewodnim powtarzanym bez względu na skalę powiększenia.

Poniżej przytoczono jedynie wstępną część skryptów części bieżącej wykładu, jako że całość kodu jest zasadniczo powtórzeniem kodu z części wykładu VIA, a istotne są tak naprawdę nagłówki wywołań domyślnych i wartości współczynników:

```

21 function [M,im_final]=fractpentagram(szx,szy,magnif,iter,nop,opts,dof,xx0,yy0);
22 %-----
23 MATA= [0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5];%Atest linear transform. coeffs.
24 MATA=[MATA; 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0];%B
25 MATA=[MATA; 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0];%C
26 MATA=[MATA; 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5];%D
27 MATA=[MATA; 0.0 0.0 0.5 0.0 0.0 0.0];%E
28 MATA=[MATA; 0.0 1.0 0.5 0.0 0.0 0.0];%F
29 %-----
30 MAT1= [ 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 ];%A1st linear
31 MAT1=[MAT1; 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 ];%B
32 MAT1=[MAT1; 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 ];%C
33 MAT1=[MAT1; 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 ];%D
34 MAT1=[MAT1; 3725/4379 1/2 -1/2 -3725/4379 0 0 ];%E&pentagran
35 MAT1=[MAT1; 0 -1556/2261 -1556/2261 0 3725/4379 0 ];%F
36 %-----
37 MAT2= [ 0.25 0.5 -0.25 -0.25 0.5 0.25 ];%A2nd linear
38 MAT2=[MAT2; 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 ];%B
39 MAT2=[MAT2; 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 ];%C
40 MAT2=[MAT2; 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 ];%D
41 MAT2=[MAT2; 3725/4379 1/2 -1/2 -3725/4379 0 0 ];%E&pentagran
42 MAT2=[MAT2; 0 -1556/2261 -1556/2261 0 3725/4379 0 ];%F
43 %-----
44 MAT3= [ 0.25 0.5 -0.25 -0.25 0.5 0.25 ];%A3rd linear
45 MAT3=[MAT3; 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 ];%B
46 MAT3=[MAT3; 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 ];%C
47 MAT3=[MAT3; 0.25 0.5 -0.25 -0.25 0.5 0.25 ];%D
48 MAT3=[MAT3; 3725/4379 1/2 -1/2 -3725/4379 0 0 ];%E&pentagran
49 MAT3=[MAT3; 0 -1556/2261 -1556/2261 0 3725/4379 0 ];%F
50 %-----
51 MAT4= [ 0.25 0.5 -0.25 -0.25 0.5 0.25 ];%A4th linear
52 MAT4=[MAT4; 0.0 0.0 -0.25 0.25 0.0 0.0 ];%B
53 MAT4=[MAT4; 0.25 0.0 0.0 0.0 0.0 -0.25 ];%C
54 MAT4=[MAT4; 0.25 0.5 -0.25 -0.25 0.5 0.25 ];%D
55 MAT4=[MAT4; 3725/4379 1/2 -1/2 -3725/4379 0 0 ];%E&pentagran
56 MAT4=[MAT4; 0 -1556/2261 -1556/2261 0 3725/4379 0 ];%F
58 MAT5= [ 0.25 0.5 -0.25 -0.25 0.5 0.25 ];%A5th linear
59 MAT5=[MAT5; -0.0625 0.125 -0.25 0.25 -0.125 0.0625];%B
60 MAT5=[MAT5; 0.25 0.0 0.0 0.0 0.0 -0.25 ];%C
61 MAT5=[MAT5; 0.25 0.5 -0.25 -0.25 0.5 0.25 ];%D
62 MAT5=[MAT5; 3725/4379 1/2 -1/2 -3725/4379 0 0 ];%E&pentagran
63 MAT5=[MAT5; 0 -1556/2261 -1556/2261 0 3725/4379 0 ];%F
64 %-----
65 MAT6= [ 0.25 0.5 -0.25 -0.25 0.5 0.25 ];%A5th linear
66 MAT6=[MAT6; -0.0625 0.125 -0.25 0.25 -0.125 0.0625];%B
67 MAT6=[MAT6; 0.25 -0.125 0.0625 -0.0625 0.125 -0.25 ];%C
68 MAT6=[MAT6; 0.25 0.5 -0.25 -0.25 0.5 0.25 ];%D
69 MAT6=[MAT6; 3725/4379 1/2 -1/2 -3725/4379 0 0 ];%E&pentagran
70 MAT6=[MAT6; 0 -1556/2261 -1556/2261 0 3725/4379 0 ];%F

```

Rys.16 Wartości tablic MATn dla skryptu fractpentagram.m


```

20 % [M, img]=fracthexagon(300,450,75,90000,16,6,6); %default call params. fract.no.6
21 function [M, im_final]=fracthexagon(szx, szy, magnif, iter, nop, opts, dof, xx0, yy0);
22 %-----
23 MATA= [0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5]; %Atest linear transform. coeffs.
24 MATA=[MATA; 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0]; %B
25 MATA=[MATA; 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0]; %C
26 MATA=[MATA; 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5]; %D
27 MATA=[MATA; 0.0 0.0 0.5 0.0 0.0 0.0]; %E
28 MATA=[MATA; 0.0 1.0 0.5 0.0 0.0 0.0]; %F
29 %-----
30 MAT1= [ 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 ]; %A1st linear
31 MAT1=[MAT1; 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 ]; %B
32 MAT1=[MAT1; 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 ]; %C
33 MAT1=[MAT1; 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 ]; %D
34 MAT1=[MAT1; 1/2 1.0 1/2 -1/2 -1.0 -1/2 ]; %E
35 MAT1=[MAT1; 1170/1351 0.0 -1170/1351 -1170/1351 0.0 1170/1351]; %F
36 %-----
37 MAT2= [ 0.25 0.5 -0.25 -0.25 0.5 0.25 ]; %A2nd linear
38 MAT2=[MAT2; 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 ]; %B
39 MAT2=[MAT2; 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 ]; %C
40 MAT2=[MAT2; 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 ]; %D
41 MAT2=[MAT2; 1/2 1.0 1/2 -1/2 -1.0 -1/2 ]; %E
42 MAT2=[MAT2; 1170/1351 0.0 -1170/1351 -1170/1351 0.0 1170/1351]; %F
43 %-----
44 MAT3= [ 0.25 0.5 -0.25 -0.25 0.5 0.25 ]; %A3rd linear
45 MAT3=[MAT3; 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 ]; %B
46 MAT3=[MAT3; 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 ]; %C
47 MAT3=[MAT3; 0.25 0.5 -0.25 -0.25 0.5 0.25 ]; %D
48 MAT3=[MAT3; 1/2 1.0 1/2 -1/2 -1.0 -1/2 ]; %E
49 MAT3=[MAT3; 1170/1351 0.0 -1170/1351 -1170/1351 0.0 1170/1351]; %F
50 %-----
51 MAT4= [ 0.25 0.5 -0.25 -0.25 0.5 0.25 ]; %A4th linear
52 MAT4=[MAT4; 0.0 0.0 -0.25 0.25 0.0 0.0 ]; %B
53 MAT4=[MAT4; 0.25 0.0 0.0 0.0 0.0 -0.25 ]; %C
54 MAT4=[MAT4; 0.25 0.5 -0.25 -0.25 0.5 0.25 ]; %D
55 MAT4=[MAT4; 1/2 1.0 1/2 -1/2 -1.0 -1/2 ]; %E
56 MAT4=[MAT4; 1170/1351 0.0 -1170/1351 -1170/1351 0.0 1170/1351]; %F
57 %-----
58 MAT5= [ 0.25 0.5 -0.25 -0.25 0.5 0.25 ]; %A5th linear
59 MAT5=[MAT5; -0.0625 0.125 -0.25 0.25 -0.125 0.0625]; %B
60 MAT5=[MAT5; 0.25 0.0 0.0 0.0 0.0 -0.25 ]; %C
61 MAT5=[MAT5; 0.25 0.5 -0.25 -0.25 0.5 0.25 ]; %D
62 MAT5=[MAT5; 1/2 1.0 1/2 -1/2 -1.0 -1/2 ]; %E
63 MAT5=[MAT5; 1170/1351 0.0 -1170/1351 -1170/1351 0.0 1170/1351]; %F
64 %-----
65 MAT6= [ 0.25 0.5 -0.25 -0.25 0.5 0.25 ]; %A5th linear
66 MAT6=[MAT6; -0.0625 0.125 -0.25 0.25 -0.125 0.0625]; %B
67 MAT6=[MAT6; 0.25 -0.125 0.0625 -0.0625 0.125 -0.25 ]; %C
68 MAT6=[MAT6; 0.25 0.5 -0.25 -0.25 0.5 0.25 ]; %D
69 MAT6=[MAT6; 1/2 1.0 1/2 -1/2 -1.0 -1/2 ]; %E
70 MAT6=[MAT6; 1170/1351 0.0 -1170/1351 -1170/1351 0.0 1170/1351]; %F
71 %-----

```

Rys.16 Wartości tablic MATn dla skryptu *fracthexagon.m*